

# КОМПЕНСАЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ИСКАЖЕНИЙ В КАНАЛАХ СВЯЗИ МЕТОДОМ ПРОСТЫХ ИТЕРАЦИЙ

Соловьёва Е.Б., Смирнов К.В.

Санкт-Петербургский Государственный Университет Телекоммуникаций  
191186, С.-Петербург, наб. р. Мойки, 61; т. (812) 315-82-65; e-mail: [selenab@hotmail.ru](mailto:selenab@hotmail.ru)

Рассмотрен метод синтеза нелинейных эквалайзеров, основанный на теории сжатых отображений и использующий алгоритм простых итераций. Проведено сопоставление результатов компенсации нелинейности канала связи методами фильтрации Вольтерра и предложенным методом.

## 1. Введение

Одним из важных факторов, ограничивающим работу проводных и беспроводных каналов связи, являются нелинейные искажения. Для устранения нежелательного эффекта нелинейности каналов связи применяют эквалайзеры, методы синтеза которых можно разделить на две категории. К первой категории относятся методы компенсации нелинейности на основе фильтрации Вольтерра: методы инверсии высокого порядка [1], корней уравнения Вольтерра [2], фиксированной точки [3]. Ко второй категории относятся методы синтеза эквалайзеров в виде персептронных [4], радиальных [5] и рекуррентных [6] нейронных цепей. Различие этих двух категорий состоит в том, что при фильтрации Вольтерра выполняется "слепой" синтез эквалайзеров (без использования тестового сигнала и процедуры идентификации параметров устройства), синтез эквалайзеров в виде нейронных цепей включает процесс "обучения" устройства.

В докладе предлагается высокоточный метод построения эквалайзеров на основе простых итераций, применяемых к функциональной модели Вольтерра канала связи.

## 2. Постановка и решение задачи нелинейной компенсации

Эквалайзер, компенсирующий нелинейные искажения канала связи, опишем функциональным уравнением

$$x(n) = E_{post} y_0(n) = E_{post} H x_0(n) = x_0(n), \quad (1)$$

где  $x_0(n)$  - передаваемый информационный сигнал,  $y_0(n)$  - выходной сигнал канала связи,  $H = \sum_{k=1}^N H_k$  - нелинейный оператор канального фильтра, где  $H_k$  - оператор  $k$ -го порядка,  $E_{post}$  - нелинейный оператор эквалайзера.

Задача эквалайзера – устранить нелинейные составляющие в принимаемом сигнале  $y_0(n)$  и выполнить инверсную обработку по отношению к линейной фильтрации канала связи.

На основе выражения (1) можно записать  $Hx(n) = Hx_0(n)$  или

$$Hx(n) = y_0(n). \quad (2)$$

Синтез эквалайзеров состоит в решении нелинейного функционального уравнения (2).

Получим данное решение, используя метод простых итераций [7]. Для упрощения записи переменную  $n$  в дальнейших математических выражениях исключим.

Преобразуем уравнение (2) к виду  $x = x + H_1^{-1}(y_0 - Hx) = Px$ , где  $H_1^{-1} = 1/H_1$  - линейный инверсный оператор,  $P$  - нелинейный оператор. Согласно принципу сжатых отображений оператор  $P$  задает метод простых итераций [7]

$$x_j = Px_{j-1} = x_{j-1} + H_1^{-1}(y_0 - Hx_{j-1}), \quad x_{j-1} \in \Omega, \quad j \geq 2. \quad (3)$$

При достаточно хорошем начальном приближении итерационный процесс (3) сходится, если  $\|1 - H_1^{-1}H\| < 1$  [7]. В качестве начального приближения итерационного процесса (3) используем решение уравнения  $x_1 = H_1^{-1}y_0$ .

Преобразуем равенство (3) следующим образом:

$$x_j = x_{j-1} + H_1^{-1} \left( y_0 - H_1 x_{j-1} - \sum_{k=2}^N H_k x_{j-1} \right) = \left( x_{j-1} - H_1^{-1} H_1 x_{j-1} \right) + H_1^{-1} \left( y_0 - \sum_{k=2}^N H_k x_{j-1} \right).$$

В полученном выражении первое слагаемое - погрешность линейной инверсии, обусловленная погрешностью аппроксимации линейного инверсного оператора, второе слагаемое - результат

компенсации нелинейных составляющих сигнала  $y_0$ . Таким образом, результат расчета  $x_j$  становится независимым от погрешности аппроксимации оператора  $H_1^{-1}$  линейного инверсного фильтра.

Следует отметить, что в методе фиксированной точки [3] решение уравнения (2) является менее точным по сравнению с методом простых итераций, поскольку оно содержит погрешность описания оператора  $H_1^{-1}$ .

Рассмотрим пример использования метода простых итераций для компенсации нелинейных искажений канала связи.

### 3. Пример синтеза нелинейного эквалайзера

Нелинейный эквалайзер обрабатывает сигнал на выходе низкочастотного канального фильтра, описываемого отрезком ряда Вольтерра с  $\vec{h} = [1; 0,2; 0,04; 0,008]$ ,

$$y_0(n) = H_1 x_0(n) + H_3 x_0(n) = 0,2 \sum_{i=0}^3 h(i) x_0(n-i) - 0,0138 \sum_{i_1=0}^3 \sum_{i_2=0}^3 \sum_{i_3=0}^3 h(i_1) h(i_2) h(i_3) \prod_{r=1}^3 x_0(n-i_r).$$

Низкочастотный входной сигнал канального фильтра имеет вид  $x_0(n) = 0,6 \cos(\pi/2, 2n) + 0,3 \cos(\pi/2n)$ ,  $n \in [1, 100]$ . Бесконечную импульсную характеристику  $\vec{h}_n$  линейного инверсного фильтра  $H_1^{-1}$  ограничим двумя отсчетами, т.е.

$$\vec{h}_n = [5; -1]. \quad (4)$$

Для компенсации нелинейных искажений в канале связи используем

- линейный эквалайзер, описываемый уравнением  $x = H_1^{-1} y_0$ ;
- эквалайзеры, синтезированные методом инверсии высокого порядка [1]  $x = H_1^{-1} y_0 - H_1^{-1} H_3 H_1^{-1} y_0$  при точечной и фрагментарной (с длиной фрагмента 4 отсчета) обработках принимаемого сигнала.

Фрагментарная обработка включает частотную линейную инверсию с использованием дискретного преобразования Фурье сигнала  $y_0$  и аппроксимации комплексной частотной характеристики линейного инверсного фильтра

$$H_1^{-1}(f) = 5 / [h(1) + h(2)e^{-j(2\pi/4)f} + h(3)e^{-j2(2\pi/4)f} + h(4)e^{-j3(2\pi/4)f}], \quad f = 0, 1, 2, 3. \quad (5)$$

Точечная обработка выполняется при описании фильтра  $H_1^{-1}$  с применением (4) и (5);

- эквалайзеры, синтезированные методом фиксированной точки  $x_j = H_1^{-1} y_0 - H_1^{-1} H_3 x_{j-1}$ ,  $j \geq 2$  с аппроксимацией импульсной (4) и частотной (5) характеристик инверсного фильтра  $H_1^{-1}$ ;
- эквалайзеры, синтезированные методом простых итераций (3) с аппроксимацией импульсной (4) и частотной (5) характеристик линейного инверсного фильтра.

Результаты расчетов в виде зависимостей среднеквадратичной  $\varepsilon_j$  погрешности,

вычисленной по формуле  $\varepsilon_j = 1/96 \sqrt{\sum_{n=5}^{100} \delta_j^2(n)}$ , где  $\delta_j(n) = x_0(n) - x_j(n)$ ,  $j \geq 1$  (для явных методов

компенсации индекс  $j$  в формуле отсутствует) представлены на рис.1. На рис.1 кривая 1 соответствует значению среднеквадратичной погрешности, полученной в результате линейной компенсации, кривые 2, 3 – погрешностям, вычисленным при точечной инверсии высокого порядка с описанием линейного фильтра (4) и (5) соответственно. Далее на рис.1 изображены зависимости  $\varepsilon_j$ , где  $j$  - номер итерации, полученные при компенсации методом фиксированной точки с аппроксимацией импульсной и частотной характеристик линейного инверсного фильтра (кривые 4, 5 соответственно), а также методом простых итераций с аппроксимациями (4) и (5) характеристик фильтра  $H_1^{-1}$  (кривые 6, 7 соответственно).

Следует отметить, что фрагментарная обработка сигнала методом инверсии высокого порядка дает существенно большую погрешность  $\varepsilon = 0,0027$  по сравнению с другими методами компенсации.

Наглядно результаты нелинейной компенсации итерационными методами представлены на рис.2. На рис.2 изображены временные зависимости  $\delta_6(n)$  ( $j=6$ ). Кривые 1, 2 – погрешности компенсации методом фиксированной точки при аппроксимации (4) и (5) характеристик инверсного линейного фильтра соответственно. Кривая 3 – погрешность компенсации методом простых итераций. Здесь же указаны среднеквадратичные погрешности, соответствующие применяемым итерационным процессам.

Из рис.1, 2 видно, что лучшую компенсацию нелинейных искажений канала связи выполняют эквалайзеры, синтезированные методом простых итераций. Это обусловлено тем, что на точность обработки сигнала не влияет погрешность аппроксимации оператора  $H_1^{-1}$  линейного инверсного фильтра. Другие методы компенсации на основе фильтрации Вольтерра указанным свойством не обладают.

В докладе приводятся оценки качества методов компенсации нелинейных искажений канала связи в присутствии гауссовской помехи.

#### 4. Заключение

Применение метода простых итераций для компенсации нелинейных искажений каналов связи, описываемых отрезками ряда Вольтерра, обеспечивает максимально допустимое качество обработки из-за отсутствия влияния на результат расчета погрешности аппроксимации линейного инверсного оператора. Указанный результат справедлив при действии в канале гауссовской помехи. Важным достоинством метода является возможность работы на широком классе сигналов, включающим сигналы с различными видами модуляции.

#### Библиография

1. Fang Y.-W., Jiao L.-C., Zhang X.-D., Pan J. On the Convergence of Volterra Filter Equalizers Using a Pth-Order Inverse Approach // IEEE Trans. Signal Processing.- 2001.- V. 49, № 8, P. 1734-1744.
2. Redfern A.L., Zhou G.T. A root method for Volterra systems equalization // IEEE Signal Processing Letters.- 1998.- V. 5, №11, P. 285–288.
3. Nowak R.D., Van Veen B.D. Volterra filter equalization: A fixed point approach // IEEE Trans. Signal Processing.- 1997.- V. 45, № 2, P. 377–388.
4. Martens J.-P., Weymaere N. An Equalized Error Backpropagation Algorithm for the On-Line Training of Multilayer Perceptrons // IEEE Trans. Neural Networks.- 2002.- V.13, №3, P. 532-541.
5. Jianping D., Sundararajan N., Saratchandran P. Communication Channel Equalization Using Complex-Valued Minimal Radial Basis Function Neural Networks // IEEE Trans. Neural Networks.- 2002.- V.13, №3, P. 687-696.
6. Park D.-C., Jung Jeong T.-K. Complex-Bilinear Recurrent Neural Network for Equalization of a Digital Satellite Channel // IEEE Trans. Neural Networks.- 2002.- V.13, №.3, P. 711-725.
7. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы.- М.: Наука.– 1987.

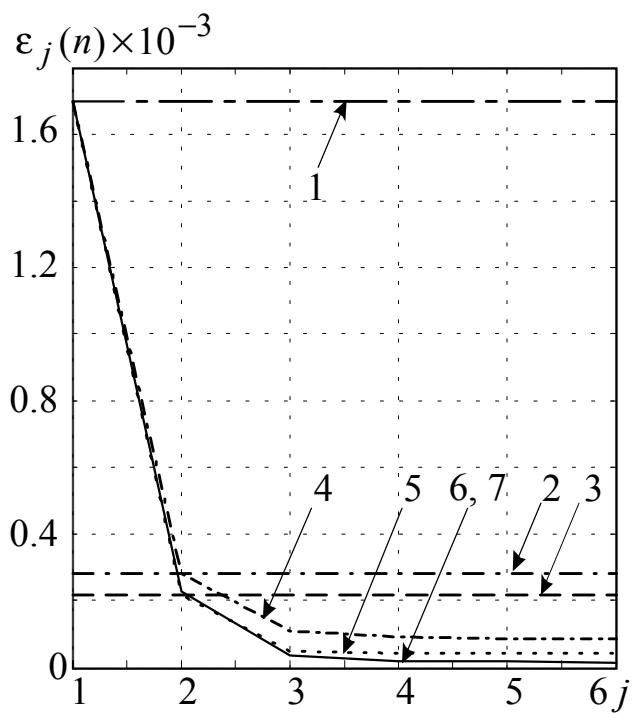


Рис.1

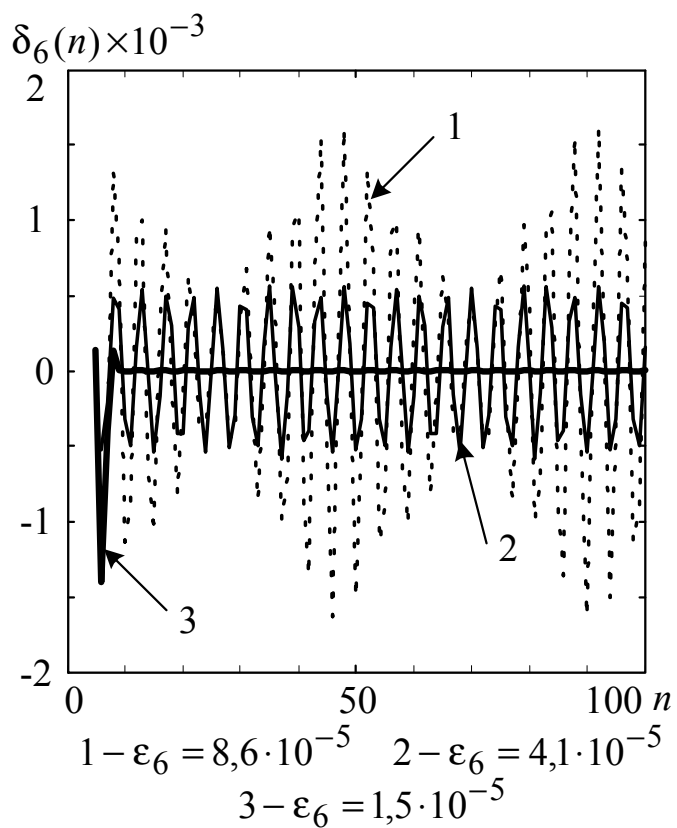


Рис.2



**EQUALIZATION OF NONLINEAR DISTORTIONS IN COMMUNICATION CHANNELS VIA METHOD OF SIMPLE ITERATIONS**

Solovieva E., Smirnov K.

University of Telecommunications, Department of Digital Signal Processing,  
St.-Petersburg, Russia, e-mail: selenab@hotbox.ru

One of the important factors, limiting wire and wireless communication channels work, are nonlinear distortions. In the report the precision "blind" method of equalizer construction is proposed on the basis of the simple iterations used to functional Volterra model of communication channel.

The equalizer, compensating nonlinear communication channel distortions, we shall describe the functional equation

$$x(n) = E_{post} y_0(n) = E_{post} H x_0(n) = x_0(n), \quad (1)$$

where  $x_0(n)$  is transmitted information signal,  $y_0(n)$  is output signal of communication channel,

$H = \sum_{k=1}^N H_k$  is nonlinear channel filter operator, where  $H_k$  is the  $k$ -th order operator,  $E_{post}$  is nonlinear equalizer operator.

The equalizer problem is removal of nonlinear components in received signal  $y_0(n)$  and inverse processing in relation to a linear filtration of communication channel.

On the basis of expression (1) it is possible to write  $H x(n) = H x_0(n)$  or

$$H x(n) = y_0(n). \quad (2)$$

The equalizer synthesis consists in the decision of the nonlinear functional equation (2).

Let's receive the decision, using method of simple iterations. For record simplification the variable  $n$  in the further mathematical expressions we shall exclude.

We shall transform the equation (2) to a kind  $x = x + H_1^{-1}(y_0 - H x) = P x$ , where  $H_1^{-1} = 1/H_1$  is linear inverse operator,  $P$  is nonlinear operator. According to contraction map principle the operator  $P$  gives method of simple iterations

$$x_j = P x_{j-1} = x_{j-1} + H_1^{-1}(y_0 - H x_{j-1}), \quad x_{j-1} \in \Omega, \quad j \geq 2. \quad (3)$$

At good initial approach iterative process (3) converges, if  $\|1 - H_1^{-1}H\| < 1$ . As initial approach of

iterative process (3) we use the decision of the equation  $x_1 = H_1^{-1}y_0$ .

We shall transform equality (3) as follows:

$$x_j = x_{j-1} + H_1^{-1} \left( y_0 - H_1 x_{j-1} - \sum_{k=2}^N H_k x_{j-1} \right) = \left( x_{j-1} - H_1^{-1} H_1 x_{j-1} \right) + H_1^{-1} \left( y_0 - \sum_{k=2}^N H_k x_{j-1} \right).$$

In the received expression the first component is linear inversion error caused by the linear inverse operator approximation error, the second component is result of nonlinear signal  $y_0(n)$  components

compensation. Thus, calculation result  $x_j$  becomes independent of operator  $H_1^{-1}$  approximation error.

The iterations method application for equalization of nonlinear communication channels distortions provides as much as possible allowable quality of processing because operator  $H_1^{-1}$  approximation error has not influence on calculation result. This statement is correct in the case of gaussian noise presence. The important method advantage is the work opportunity on a wide class of the signals, including signals with various modulation kinds.